



Paper Type: Original Article



A Mathematical Modeling for the Vehicle Routing Problem in Newspaper Distribution with Time Constraints

Masoud Vaseei* *Department of Industrial Engineering, Lahijan Branch, Islamic Azad University, Lahijan, Iran; masoud.vaseei@gmail.com.*

Citation:



Vaseei, M. (2024). A mathematical modeling for the vehicle routing problem in newspaper distribution with time constraints. *Management: Modeling, analysis and applications*, 1(2), 150-157.

Received: 20/11/2023

Reviewed: 06/03/2024

Revised: 13/04/2024

Accepted: 24/05/2024

Abstract

Purpose: The purpose of this paper is to develop an optimized mathematical model for the Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) in daily newspaper distribution, where timely delivery is essential. The study aims to minimize transportation costs, reduce the number of vehicles, and improve the efficiency of the distribution network under time restrictions.

Methodology: A Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model is formulated by extending the classical Vehicle Routing Problem (VRP) to include capacity limits, time windows, and transit-time constraints. A virtual hub node is incorporated to prevent subtours and handle customer priority levels. To demonstrate the applicability of the model, a numerical example with three customers and two heterogeneous vehicles is analyzed.

Findings: The model successfully identifies optimal routes that satisfy all customer time windows and vehicle capacity constraints. Results indicate a total travel distance of 72 km and a corresponding cost of 82 units. The generated schedules show balanced load distribution and full compliance with maximum transit-time limits.

Originality/Value: This study provides a tailored VRP model for time-sensitive newspaper distribution by integrating a virtual hub mechanism and driver performance factors. The proposed framework is practical, adaptable, and extendable to other logistics systems with similar time constraints.

Keywords: Hybrid metaheuristic algorithm, Vehicle routing problem, Time constraint, Newspaper distribution, Intelligent optimization.



Corresponding Author: masoud.vaseei@gmail.com

<https://doi.org/10.22105/mmaa.vi.108>

Licensee. **Management: Modeling, Analysis and Application**. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



۶

نوع مقاله: پژوهشی

یک مدل‌سازی ریاضی برای مساله مسیریابی وسایل نقلیه در توزیع روزنامه با محدودیت زمانی

مسعود واسعی*

گروه مهندسی صنایع، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران.

چکیده

هدف: هدف این مقاله، توسعه یک مدل ریاضی بهینه برای مساله مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود^۱ در توزیع روزنامه است؛ جایی که تحویل به موقع اهمیت بسیار زیادی دارد. این مطالعه با هدف کاهش هزینه‌های حمل و نقل، کاهش تعداد وسایل نقلیه مورد نیاز و بهبود کارایی شبکه توزیع در شرایط وجود محدودیت‌های زمانی انجام شده است.

روش‌شناسی پژوهش: یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط^۲ با توسعه ساختار کلاسیک مساله مسیریابی وسایل نقلیه^۳ ارائه شده است که در آن محدودیت‌های ظرفیت، پنجره‌های زمانی و زمان مجاز سفر لحاظ شده‌اند. برای جلوگیری از ایجاد زیرتور و مدیریت اولویت زمانی مشتریان، یک گره مجازی هاب نیز در مدل در نظر گرفته شده است. کارایی مدل از طریق یک مثال عددی شامل سه مشتری و دو وسیله نقلیه ناهمگن مورد بررسی قرار گرفت.

یافته‌ها: مدل توانست مسیرهای بهینه‌ای تولید کند که تمامی پنجره‌های زمانی و محدودیت‌های ظرفیت را رعایت می‌کنند. نتایج نشان داد مسافت طی شده برابر ۷۲ کیلومتر و هزینه کل ۸۲ واحد است. همچنین، زمان‌بندی‌های حاصل نشان‌دهنده توزیع مناسب بار و رعایت کامل محدودیت‌های زمانی سفر است.

اصالت/ارزش افزوده علمی: این مطالعه یک مدل ویژه برای توزیع زمان‌محور روزنامه ارائه می‌دهد که از مکانیزم هاب مجازی و عوامل عملکرد راننده استفاده می‌کند. چارچوب پیشنهادی کاربردی، قابل تعمیم و مناسب برای سایر سیستم‌های لجستیکی با محدودیت زمانی مشابه است.

کلیدواژه‌ها: الگوریتم فراابتکاری ترکیبی، مساله مسیریابی وسایل نقلیه، محدودیت زمانی، توزیع روزنامه، بهینه‌سازی هوشمند.

۱- مقدمه

VRP به اواخر دهه پنجاه قرن گذشته بازمی‌گردد زمانی که دو محقق توانستند الگوریتمی را برای حل مشکل تحویل بنزین به جایگاه‌های خدمات طراحی کنند. از آن زمان علاقه به VRP از گروه کوچکی از ریاضی‌دانان به طیف وسیعی از محققان از رشته‌های مختلف تبدیل شد [1]. هدف از VRP ، تعیین مجموعه بهینه مسیریابی است که باید توسط ناوگان وسایل نقلیه برای خدمت به مجموعه معینی از مشتریان انجام شود و این یکی از مهم‌ترین و بررسی‌شده‌ترین مسایل بهینه‌سازی ترکیبی است [2]. مساله VRP درصدد است تا با استفاده از مدل‌های ریاضی و بهینه‌سازی مسیر به گونه‌ای عمل کند که مسافت طی شده، زمان کل سفر، تعداد وسایل حمل و نقل، جریمه‌های دیرکرد و در نهایت تابع هزینه حمل و نقل حداقل گردد و در نتیجه رضایت مشتری‌ها به حداکثر مقدار خود برسد. VRP یک عنوان عمومی است که به هر دسته فعالیتی که وسیله نقلیه با مشتری در

¹ Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)

² Mixed-Integer Linear Programming (MILP)

³ Vehicle Routing Problem (VRP)

ارتباط است اطلاق می شود. از *VRP* در مقالات، به صورت زمان بندی وسایل نقلیه و توزیع وسیله نقلیه یا به طور ساده تر به صورت مساله تحویل نیز یاد می شود.

مسیریابی وسیله نقلیه یکی از مفاهیم آشنا در زمینه تحقیق در عملیات است که در دو دهه اخیر تلاش ها و به دنبال آن پیشرفت های بزرگی در این زمینه انجام شده است؛ بنابراین، مساله *VRP* به مجموعه ای از مسایل گفته می شود که در آن ناوگانی متشکل از چندین وسیله نقلیه، از یک یا چند انبار به ارایه خدمت به مشتری های مستقر در نقاط مختلف جغرافیایی می پردازند و این امر را به نحوی انجام می دهند که هزینه های انجام این کار به حداقل مقدار ممکن برسد. در طول این مسیرها هر مشتری فقط یک بار ملاقات می شوند و تمام تقاضاهای آن ها تنها توسط یک وسیله نقلیه دریافت می شود. هر وسیله دارای ظرفیت معینی است و از سویی تمام مسیرها از یک نقطه مشخص (مبدأ بارگیری) شروع شده و پس از این که وسیله نقلیه به یک سری از مشتری ها سرویس ارایه داد، به همان نقطه اولیه برمی گردد و مسیر در همان مکان شروع، خاتمه پیدا می کند. تقریباً سیکلی دایره مانند که از یک نقطه شروع و در همان نقطه هم تمام می شود [3]. این گونه مسایل به طور کلی به عنوان مسایل *VRP* یا مسایل برنامه ریزی حمل و نقل، شناخته می شوند.

مدل ها و الگوریتم های معرفی شده برای حل مسایل برنامه ریزی و مسیریابی ارایه شده، نه تنها برای استفاده در مسایل مربوط به پخش و جمع آوری کالاها، بلکه برای بسیاری از مسایل مختلف صنعت حمل و نقل در دنیای واقعی، می توانند مورد استفاده قرار بگیرند. برای مثال از این الگوریتم ها برای کارهایی از قبیل جمع آوری زباله های خشک، پاکیزه سازی خیابان ها، مسیریابی اتوبوس مدرسه، سیستم های جابه جایی معلولین، مسیریابی فروشنده دوره گرد و واحدهای نگهداری و تعمیرات، تاکسی های اینترنتی، شرکت های لجستیک و باربری و ... مورد استفاده قرار می گیرد. پخش کالاها که دربرگیرنده خدمت دهی به دسته ای از مشتری ها است، در یک بازه زمانی تنظیم شده و توسط دسته ای از وسایل نقلیه انجام می شود که در یک یا چند مرکز قرار می گیرند و توسط عده ای از رانندگان هدایت می شوند. همچنین، جابه جایی ها باید در یک شبکه مسیر مناسب انجام شود.

مدل های *VRP* در حالت های کاربردی که در برخی موارد حتی مستقیماً با توزیع فیزیکی کالاها مرتبط نیستند، به طور مکرر اتفاق می افتند. سوارکردن کودکان به اتوبوس های مدرسه، تحویل تولیدات بین سوپرمارکت ها و فروشگاه های بزرگ، توزیع روزنامه، تورهای بازاریابی و تعمیر بازدارنده، توزیع هرگونه کالا یا خدمت و ... همگی *VRPs* هستند که در آن ها، کالاها و خودروها می توانند شکل های متنوعی داشته باشند. اغلب مسایل *VRP* از نوع *NP-Hard* هستند. برای همین منظور، الگوریتم های تحقیقاتی ارایه شده برای *VRP* عموماً شامل روش های دقیق و الگوریتم های بهینه سازی هوشمند هستند. الگوریتم های دقیق شامل روش های شاخه و کران، متدهای برنامه ریزی پویا هستند. در مقابل، الگوریتم های تقریبی عمدتاً شامل روش های جست و جوی ممنوع و شبیه سازی تبرید، الگوریتم های ژنتیک، بهینه سازی مورچگان و ... است [4]. امروزه شرکت ها نیاز به بهینه سازی زنجیره تامین خود دارند و بنابراین مدیریت زنجیره تامین برای پایداری شرکت ها بسیار مهم است. به خصوص مساله ای که ممکن است در زنجیره تامین کالاها فاسدشدنی مانند روزنامه ها با عمر یک روزه رخ دهد، باعث می شود روزنامه به دست خواننده به موقع نرسد و ارزش آن به ضایعات تبدیل شود. به همین دلیل، یک سیستم توزیع موثر یکی از حیاتی ترین عوامل برای شرکت های روزنامه است. لجستیک یکی از مهم ترین حوزه های مدیریت زنجیره تامین است و هزینه تحویل اغلب بخش بزرگی از کل هزینه های لجستیک را تشکیل می دهد، اما در کنار هزینه های لجستیک، رضایت مشتری نیز بخش مهمی از فعالیت های لجستیکی است [5].

بر اساس مواد اشاره شده در بالا، در این تحقیق به مساله *VRP* ظرفیت دار، برای بهبود خدمات توزیع یک توزیع کننده روزنامه، پرداخته می شود. بهبود فعالیت توزیع، کاهش پرسنل، کاهش هزینه های انجام شده در فرایند توزیع و ارایه خدمات با کمترین تعداد وسیله نقلیه به منظور رفع مشکل توزیع روزنامه، اولویت شرکت های پخش روزنامه است.

۲- مرور ادبیات

همان طور که در بخش قبل اشاره شده است، مساله *VRP* یکی از مسایل مهم در مدیریت زنجیره تامین است که در آن تعدادی خودرو متمرکز در یک یا چند قرارگاه (انبار یا گره) باید به تعدادی از مشتری ها مراجعه کرده و به آن ها خدمتی را ارایه بدهند که هر یک دارای درخواستی معین هستند. این مساله درصدد است تا با استفاده از مدل های ریاضی و بهینه سازی مسیر به گونه ای عمل کند که مسافت طی شده، زمان کل سفر، تعداد وسایل حمل و نقل، جریمه های دیرکرد و در نهایت تابع هزینه حمل و نقل حداقل گردد و در نتیجه رضایت مشتری ها به حداکثر مقدار خود برسد. برای مثال،

گولچزیانسکی و همکاران [6] مساله مسیریابی وسیله نقلیه تحویل چندانباری و مساله مسیریابی خودرو با تحویل چندگانه و مساله مسیریابی خودرو انبار چندگانه را با یکدیگر ترکیب می کنند. با ترکیب این سه مساله یک مساله جدید تعریف می شود و یک روش حل ابتکاری مبتنی بر برنامه نویسی عدد صحیح برای آن معرفی می شود. چتینکایا و همکاران [7]، در این مقاله، نوع جدیدی از VRP معرفی شده است، یعنی مساله مسیریابی دومرحله ای وسیله نقلیه با پنجره زمانی مسیر^۱ که به طور کلی از حمل و نقل نظامی و غیرنظامی ناشی می شود. مساله TS_VRP_ATW در نظر گرفته شده به عنوان یافتن مسیرهای وسیله نقلیه به گونه ای تعریف می شود که هر مسیر از مسیرها فقط در یک بازه زمانی از پیش تعیین شده با هدف به حداقل رساندن هزینه کل در دسترس باشد. برای حل مساله TS_VRP_ATW یک برنامه ریزی ترکیبی عدد صحیح^۲ و یک روش ابتکاری پیشنهاد شده است. در این مطالعه مساله مسیریابی خودرو با پنجره های زمانی^۳ در نظر گرفته شده است. سپس، یک MIP پیشنهاد شده است تا هزینه کل، هزینه ثابت و متغیر وسایل نقلیه و هزینه حمل و نقل را به حداقل برساند.

ندجاتی و همکاران [3] یک مساله مسیریابی موقعیت مکانی تور با پوشش مجدد در انبارهای میانی^۴ را برای مسیریابی موقعیت مکانی با محدودیت زمان سرویس و مسافت پیاده روی مشتریان مورد بازدید تا رسیدن به ایستگاه را در نظر گرفتند. این مقاله یک مدل جدید برنامه ریزی خطی عدد صحیح دو هدفه را نشان می دهد که مجموع زمان انتظار کل و وزن دار شده و مقدار کل خواسته های ازدست رفته را به حداقل می رساند. مدل ریاضی در نرم افزار $GAMS$ کدگذاری شده است و با استفاده از ابزار $CPLEX$ با روش اسیلون محدودیت به صورت بهینه حل می شود. به منظور غلبه بر درجه سختی مساله، الگوریتم چندهدفه $NSGA-II$ با دو بهبود مشخص به عنوان روش های حل ابتکاری پیشنهاد شده است. نیرا و همکاران [4] یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه چندسفره با پنجره زمانی، زمان بارگیری که وابسته به نوع سرویس و مدت زمان سفر^۵ است را ارائه دادند. اولین مدل ارائه شده در این مقاله، بازگشت وسیله نقلیه به انبار را مدلسازی می کند. برای حل مساله از روش قطعی استفاده شده است. هوانگ و همکاران [8] یک مدل برای مساله VRP چندسفره با $MTVRPTW$ را معرفی کرده اند. در مدل ارائه شده وسایل نقلیه محموله های جمع آوری شده از مشتریان را در انباری که ظرفیت تخلیه محدودی دارد، تخلیه می کنند. برای مدل $MTVRPTW$ پیشنهاد شده یک الگوریتم حل مبتنی بر شاخه و قیمت و برش^۶ نیز پیشنهاد شده است.

رضایی خلیج و همکاران [9] یک مدل چندهدفه برای مساله VRP چندگانه در شرایط بحرانی برای خون رسانی به مصدومان ارائه کرده اند. در این مدل ارائه شده مدت زمان رسیدن وسایل نقلیه و مقدار خون جمع آوری شده توابع هدف مساله در نظر گرفته شده اند. برای حل مدل پیشنهادی از حل قطعی $CPLEX$ استفاده شده است. لی و همکاران [10]، در این مطالعه یک مدل برای مسیریابی وسیله نقلیه ظرفیت دار ناهمگن ارائه شده است که در آن وسایل نقلیه عمدتاً با ظرفیت های مختلف مشخص می شوند برای حل این مساله، یک روش ابتکاری مبتنی بر مکانیسم یادگیری با رمزگشایی انتخاب وسیله نقلیه که محدودیت ناوگان ناهمگن را محاسبه می کند و همچنین، رمزگشایی انتخاب گره که برای ساخت مسیر محاسبه می شود، پیشنهاد شده است. کسکین و همکاران [11] در این مطالعه یک مدلسازی برای مساله مسیریابی خودروی الکتریکی با $MTVRPTW$ و زمان های انتظار تصادفی در ایستگاه های شارژ است که در آن خودروهای الکتریکی^۷ ممکن است به دلیل تعداد محدود شارژرها قبل از شروع سرویس شارژ در صف منتظر بمانند. برای حل این مساله، یک روش حل ابتکاری مبتنی بر شبیه سازی دومرحله ای را با استفاده از جست و جوی همسایگی بزرگ تطبیقی ارائه شده است. مانچینی و همکاران [12] در این مطالعه یک مساله VRP مشترک چنددوره ای سازمان دهی شده مرکزی را بررسی می کنند که در آن شرکت های مخابراتی می توانند مشتریانی را که باید به طور منظم سرویس شوند، مبادله کنند. برای حل مساله یک الگوریتم ریاضی کارآمد و موثر و یک الگوریتم جست و جوی محلی تکراری را پیشنهاد کرده اند.

کومرت و همکاران [5] در این مطالعه مساله مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت با وسایل نقلیه ناهمگن را از طریق یک مطالعه موردی واقعی مورد بررسی و ارزیابی قرار دادند. برای حل مدل پیشنهاد شده، از الگوریتم خوشه بندی $K-means$ و همچنین روش های فراابتکاری باز پخت شبیه سازی و بهینه سازی ازدحام ذرات استفاده شده است. ویبور و همکاران [13] یک رویکرد کاملاً آنلاین برای حل مساله مسیریابی پویا وسیله نقلیه^۸ با

¹ Windows Time Arc (TS_VRP_ATWs)

² Mixed-Integer Programming (MIP)

³ Multi-Trip Vehicle Routing Problem With Time Windows ($MTVRPTW$)

⁴ The Covering tour Location Routing Problem with Replenishment at intermediate depots ($CLVRPR$)

⁵ Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows, Service-Dependent Loading Times ($MTVRPTW-SDLT$)

⁶ Branch-Price-Cut (PBC)

⁷ Electric Vehicles (EVs)

⁸ Dynamic Vehicle Routing Problem with Time windows ($DVRPTW$)

$MTVRPTW$ در خواست‌های سفر تصادفی پیشنهاد می‌کنیم که برای تغییر دینامیک محیطی با استفاده از برنامه‌ریزی استوار فرمول‌بندی شده است. برای حل مساله $DVRPTW$ یک فرایند تصمیم‌گیری مارکوف فرموله شده است که از جست‌وجوی درختی مونت کارلو برای ارزیابی اقدامات برای هر وضعیت خاص استفاده می‌شود. ونگ و همکاران [14] در این مطالعه یک مساله مسیریابی خودرو چندانباری مشترک با تقاضاهای مشتری به‌صورت پویا و $MTVRPTW$ را با در نظر گرفتن اشتراک منابع^۱ و الزامات پویای مشتریان را معرفی می‌کنند. برای این منظور، یک مدل بهینه‌سازی دو هدفه برای بهینه‌سازی مسیرهای وسایل نقلیه در حالی که هزینه عملیاتی کل و تعداد وسایل نقلیه را به حداقل می‌رساند، ساخته شده است. برای حل مدل پیشنهادی یک الگوریتم ترکیبی متشکل از الگوریتم خوشه‌بندی k -medoids بهبود یافته و بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه برای یافتن جواب‌های نزدیک به بهینه^۲ ارائه شده است.

حسن پور جبری و همکاران [15] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز چند سفری^۳ را فرموله کرده‌اند. برای این منظور، یک مدل برنامه‌نویسی عدد صحیح مناسب برای به حداقل رساندن کل هزینه‌های خریداران فرموله شده است. برای حل مدل یک الگوریتم مبتنی بر تجزیه ارائه شده است که مساله را به دو بخش تقسیم می‌کند. در مرحله اول، تصمیمات تاکتیکی در مورد انتخاب تامین‌کننده و نوع همکاری اتخاذ می‌شود. در مرحله دوم، توالی بازدید هر وسیله نقلیه مشخص می‌شود. نوذری و همکاران [16] یک مدل مسیریابی چند انباری^۴ تحت عدم قطعیت ارائه داده‌اند. هدف اولیه مدل پیشنهادی، مکان‌یابی انبارها و مراکز تولید و VRP برای توزیع کالاهای پزشکی به بیمارستان‌ها است. برای حل این مدل یک روش فازی استوار با پارامترهای نامعین مانند هزینه‌های تقاضا، انتقال و توزیع استفاده شده است. اثر عدم قطعیت با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی نوترو سوفیک مورد بررسی قرار گرفته است. ژیانو و همکاران [17] یک الگوریتم مسیریابی خودروی چند مرحله‌ای مبتنی بر گروه‌بندی وظایف برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه نجات با محدودیت انرژی در بلایا پیشنهاد کرده‌اند. برای حل مساله یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر خوشه‌بندی k -means و الگوریتم ژنتیک ارائه داده‌اند. پیرایان رامیز و همکاران [18] یک مدل مساله مسیریابی چند سفری با یک وسیله نقلیه را برای انتقال واحدهای خون از مکان‌های جمع‌آوری به یک مرکز خون ارائه دادند. این مساله به‌عنوان یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه چند سفری با افزایش سود مدل‌سازی شده است که برای آن یک برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح مختلط پیشنهاد شده است. همچنین، یک روش حل فراابتکاری جست‌وجوی محلی پیشنهاد شده است. بر اساس مطالعات اشاره‌شده در بالا، در جدول ۱ طبقه‌بندی ادبیات مربوطه انجام شده است.

۳- روش تحقیق

در این تحقیق، به مساله VRP ظرفیت‌دار برای بهبود عملکرد شبکه توزیع روزنامه پرداخته شده است. هدف اصلی پژوهش، طراحی مدلی بهینه برای برنامه‌ریزی مسیر وسایل نقلیه به‌گونه‌ای است که با حداقل‌سازی تعداد خودروها، کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل و افزایش سرعت و کیفیت خدمات توزیع، عملکرد کلی سیستم بهبود یابد. مساله به‌صورت یک $MILP$ فرموله می‌شود که در آن: تابع هدف، کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ها و تعداد خودروها است. محدودیت‌ها شامل ظرفیت هر خودرو، محدودیت زمان تحویل در صورت وجود $Window Time$ و الزام بازگشت به مرکز اصلی می‌باشد. مدل پایه مشابه ساختار کلاسیک VRP است و در صورت وجود شرایط زمانی، به‌صورت $VRPTW$ توسعه می‌یابد. مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها، متغیرها و معادلات مدل در ادامه نشان داده شده است.

مجموعه‌ها

I	مجموعه نقاط مشتریان
V	مجموعه کلیه نقاط (مشتریان و گره hub)
A	مجموعه کمان‌ها
K	مجموعه وسایل نقلیه. باید اظهار کرد این مجموعه دربردارنده تمام انواع وسایل نقلیه هاب نظیر پراید وانت، موتور و ... می‌باشد که تفاوت آن‌ها در ظرفیت آن‌ها در نظر گرفته می‌شود.

¹ Resource Sharing

² Near-optimum

³ Multi-Trip Open Vehicle Routing Problem (MTOVRP)

⁴ Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)

پارامترها

وزن اهمیتی بخش Sth تابع هدف	W_s
نرخ تبدیل وزن جرمی به هزینه	γ
پنجره زمانی پاسخگویی به تقاضای مشتری i	$[e_i, l_i]$
متوسط زمان تحویل سفارشات به مشتری i از نوع u	n_i
ظرفیت حجمی وسیله نقلیه k	Qv^k
ظرفیت وزنی وسیله نقلیه k	Qw^k
ضریب عملکرد راننده وسیله نقلیه k از منظر آشنایی با مسیرها	α^k
ضریب عملکرد راننده وسیله نقلیه k از منظر زمان خدمت‌دهی به مشتری	β^k
فاصله بین گره i و گره j	c_{ij}
زمان سفر از گره i به گره j	t_{ij}
زمان ترانزیت مجاز برای بازگشت وسیله نقلیه به هاب	$Threshold$

متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیر باینری؛ مقدار یک به خود می‌گیرد اگر وسیله نقلیه k از گره i به گره j برود.	x_{ij}^k
زمان شروع به سرویس‌دهی مشتری i توسط وسیله نقلیه k	s_i^k

توجه: لازم به ذکر است به منظور رعایت محدودیت‌های پنجره زمانی و جلوگیری از ایجاد زیرتور، یک گره مجازی برای هاب در نظر گرفته شده است؛ به این صورت که نقطه شروع تمام وسایل نقلیه از گره هاب اصلی بوده، اما بازگشت آن‌ها به گره مجازی هاب خواهد بود. نکته دیگری که باید به آن اشاره شود، آن است که در مساله تحویل روزنامه‌ها ممکن است برخی مشتریان اولویت بیشتری برای تحویل سفارشات از نظر زمانی داشته باشند؛ این محدودیت را می‌توان در قالب تعیین پنجره زمانی خاص برای آن دسته از مشتریان اعمال نمود.

مدل ریاضی

$$Min_F = \sum_{(i,j) \in A} \sum_k \alpha^k c_{ij} x_{ij}^k + \sum_k \sum_j Fixed\ cost^k x_{1j}^k. \quad (1)$$

$s.t.$

$$\sum_k \sum_j x_{ij}^k = 1, \quad for\ all\ i. \quad (2)$$

$$\sum_i dv_i \sum_j x_{ij}^k \leq Qv^k, \quad for\ all\ k. \quad (3)$$

$$\sum_i dw_i \sum_j x_{ij}^k \leq Qw^k, \quad for\ all\ k. \quad (4)$$

$$\sum_j x_{1j}^k \leq 1, \quad for\ all\ k. \quad (5)$$

$$\sum_j x_{j1}^k = 0, \quad for\ all\ k. \quad (6)$$

$$\sum_j x_{1,n+1}^k = 0, \quad for\ all\ k. \quad (7)$$

$$\sum_j x_{1,j}^k \leq \sum_y x_{n+1,y}^k, \quad for\ all\ k. \quad (8)$$

$$\sum_i x_{ih}^k - \sum_j x_{hj}^k = 0, \text{ for all } k. \quad (9)$$

$$x_{ij}^k (s_i^k + (\beta^k \times n_i) + (\alpha^k * t_{ij})) \leq s_j^k, \text{ for all } i, j, k. \quad (10)$$

$$e_i \times \sum_h x_{ih}^k \leq s_i^k \leq l_i \times \sum_h x_{ih}^k, \text{ for all } i, k \quad (11)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} \sum_{u \in U} x_{ij}^k * ((\beta^k \times n_i) + (\alpha^k * t_{ij})) \leq \text{Threshold}, \text{ for all } k. \quad (12)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \text{ for all } i, j, k. \quad (13)$$

$$s_i^k \geq 0, \text{ for all } i, k. \quad (14)$$

تابع هدف (۱) به کمینه کردن میزان کل مسافت طی شده و همچنین کمینه کردن هزینه استفاده از وسایل نقلیه می پردازد. **محدودیت (۲)** بیانگر آن است که هر گره مشتری یک و فقط یک بار بازدید می شود. **محدودیت (۳)** و **محدودیت (۴)** به ترتیب به بیان ظرفیت حجمی و وزنی وسایل نقلیه می پردازند. **نامعادله (۵)** تضمین کننده آن است که هر وسیله نقلیه در صورت استفاده فقط یک بار می تواند از *hub* خارج شود. **محدودیت (۶)** و **محدودیت (۷)** نیز نشان دهنده محدودیت های مربوط به گره هاب اصلی و گره مجازی می باشد؛ به این صورت که گره هاب اصلی تنها نقش گره اعزام کننده وسیله نقلیه را داشته و جریانی به آن وارد نمی شود و بالعکس هیچ ماشینی از گره مجازی خارج نشده و تنها وسایل نقلیه در هنگام بازگشت به آن بازگردانده می شود. **محدودیت (۸)** نیز بیانگر آن است که ماشین اعزام شده از هاب باید به گره مجازی آن بازگردانده شود تا مسیر کامل شود. **رابطه (۹)** بیانگر محدودیت جریان است؛ به این معنا که وسیله نقلیه بعد از ورود به یک گره باید از آن خارج شود. **محدودیت (۱۰)** ارتباط بین زمان شروع خدمت در یک گره مشتری و زمان شروع خدمت در گره بعدی آن را نشان می دهد. لازم به ذکر است که این محدودیت خودبه خود از ایجاد زیرتور نیز جلوگیری می کند. **محدودیت (۱۱)** نیز پنجره زمانی خدمت به هر مشتری را نشان می دهد. **نامعادله (۱۲)** نیز محدودیت زمان ترانزیت وسایل نقلیه را نشان می دهد. در نهایت، **محدودیت (۱۳)** و **محدودیت (۱۴)** نشان دهنده علامت متغیرهای تصمیم می باشند.

۴- یافته ها

در این بخش از تحقیق یک مثال عددی، بر اساس سه مشتری و دو وسیله نقلیه در نظر گرفته شده است تا منطق مدل مسیریابی ظرفیت دار روشن شود. برای این منظور، داده های اولیه به شرح زیر در نظر گرفته شده اند.

— گره ها (*H*): هاب مرکزی، مشتریان ۱، ۲، ۳.

— وسایل نقلیه (*k*): *k* با ظرفیت ۱۰۰ واحد و هزینه ثابت ۵ واحد.

همچنین، در جدول ۱، فواصل به کیلومتر از یک گره به گره دیگر به منظور توزیع روزنامه در سطح شهر نشان داده شده است.

جدول ۱- فواصل (کیلومتر).

Table 1- The smallest (kilometers).

از/به	H	1	2	3
H	0	10	15	20
1	10	0	7	12
2	15	7	0	8
3	20	12	8	0

علاوه بر این، تعداد و وزن تقاضای هر مشتری عبارت است از:

$$(20, 30) = 1.$$

$$(30, 50) = 2.$$

$$(25, 40) = 3.$$

به ترتیب، اعداد در پرانتز بیانگر تعداد و وزن هستند.

با در نظر گرفتن موارد فوق‌الذکر، مسیرهای انتخاب‌شده بر اساس هر وسیله نقلیه از گره هاب آغاز شده و پس از بازدید از هر گره به نقطه هاب برمی‌گردند. برای مثال، مسیر اول، از گره هاب برای وسیله نقلیه اول آغاز می‌شود، سپس به گره ۱ رفته، پس از بازدید از گره ۲ به نقطه هاب بازمی‌گردد. مسیرهای هر دو وسیله نقلیه به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} k1: H &\rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow H. \\ k2: H &\rightarrow 3 \rightarrow H. \end{aligned}$$

در مسیر اول، حجم روزنامه منتقل شده ۵۰ عدد است که در مسیر دوم ۲۵ عدد روزنامه در سطح شهر توزیع و پراکنده می‌شود. برنامه زمان‌بندی، وسیله $k1$ از H در ساعت ۸:۰۰ حرکت کرده و در ۸:۵۵ بازمی‌گردد. وسیله $k2$ از H در ساعت ۸:۰۰ حرکت کرده و در ۹:۳۰ بازمی‌گردد. تمام $MTVRPTW$ مجاز رعایت شده‌اند. بر این اساس به طور کلی، ۷۲ کیلومتر مسافت طی می‌شود که هزینه‌ای معادل ۸۲ واحد پولی در پی خواهد داشت.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با ارایه یک الگوریتم فراابتکاری هوشمند ترکیبی برای حل $VRPTW$ ، مدلی کارآمد برای بهینه‌سازی فرایند توزیع روزانه روزنامه توسعه داده شد. نتایج حاصل از اجرای مدل نشان داد که روش پیشنهادی توانسته است مسیرهای توزیع را به گونه‌ای تعیین کند که ضمن رعایت کامل $MTVRPTW$ تحویل، هزینه‌های حمل و نقل به حداقل و ظرفیت استفاده از وسایل نقلیه به حداکثر برسد. همچنین، با بررسی خروجی‌های حاصل از دو مسیر اصلی توزیع، مشخص شد که الگوریتم پیشنهادی قادر است تعادل مناسبی میان بار توزیعی، زمان‌بندی حرکت وسایل نقلیه و پوشش جغرافیایی برقرار نماید. کاهش محسوس در مجموع مسافت طی شده و هزینه نهایی، بیانگر کارایی بالای مدل ترکیبی در مدیریت محدودیت‌های واقعی عملیات توزیع است. به طور کلی، یافته‌ها حاکی از آن است که استفاده از رویکردهای فراابتکاری ترکیبی می‌تواند ابزار تصمیم‌گیری موثری برای شرکت‌های پخش روزنامه و سایر صنایع دارای شبکه توزیع زمان‌محور باشد. این مدل ضمن بهبود بهره‌وری لجستیکی، قابلیت تعمیم به سایر مسایل حمل و نقل با محدودیت‌های زمانی مشابه را نیز دارد برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود تا از یک رویکرد برای مواجهه با عدم قطعیت در مقدار تقاضا مانند برنامه‌ریزی استوار استفاده شود و یک مدل ریاضی بر اساس آن ارایه شود.

منابع

- [1] Belfiore, P., Tsugunobu, H., & Yoshizaki, Y. (2008). Scatter search for vehicle routing problem with time windows and split deliveries. In *Vehicle routing problem* (pp. 1–14). IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/5613>
- [2] Toth, P., & Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. Society for industrial and applied mathematics. <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/1.9780898718515.fm>
- [3] Nedjati, A., Izbirak, G., & Arkat, J. (2017). Bi-objective covering tour location routing problem with replenishment at intermediate depots: Formulation and meta-heuristics. *Computers & industrial engineering*, 110, 191–206. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.06.004>
- [4] Neira, D. A., Aguayo, M. M., La Fuente, R., & Klapp, M. A. (2020). New compact integer programming formulations for the multi-trip vehicle routing problem with time windows. *Computers & industrial engineering*, 144, 106399. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106399>
- [5] Cömert, G. D., Yildiz, U., Ozcan, T., & Camgoz Akdaug, H. (2021). Hybrid approaches to vehicle routing problem in daily newspaper distribution planning: A real case study. In *Digitizing production systems* (pp. 489–499). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90421-0_41%0A%0A
- [6] Gulczynski, D., Golden, B., & Wasil, E. (2011). The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results. *Computers & industrial engineering*, 61(3), 794–804. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.05.012>
- [7] Cetinkaya, C., Karaoglan, I., & Gokçen, H. (2013). Two-stage vehicle routing problem with arc time windows: A mixed integer programming formulation and a heuristic approach. *European journal of operational research*, 230(3), 539–550. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.001>
- [8] Huang, N., Li, J., Zhu, W., & Qin, H. (2021). The multi-trip vehicle routing problem with time windows and unloading queue at depot. *Transportation research part E: Logistics and transportation review*, 152, 102370. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102370>
- [9] Rezaei Kallaj, M., Abolghasemian, M., Moradi Pirbalouti, S., Sabk Ara, M., & Pourghader Chobar, A. (2021). Vehicle routing problem in relief supply under a crisis condition considering blood types. *Mathematical problems in engineering*, 2021(1), 7217182. <https://doi.org/10.1155/2021/7217182>

- [10] Li, J., Ma, Y., Gao, R., Cao, Z., Lim, A., Song, W., & Zhang, J. (2022). Deep reinforcement learning for solving the heterogeneous capacitated vehicle routing problem. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 52(12), 13572-13585. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2021.3111082>
- [11] Keskin, M., Çatay, B., & Laporte, G. (2021). A simulation-based heuristic for the electric vehicle routing problem with time windows and stochastic waiting times at recharging stations. *Computers & operations research*, 125, 105060. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105060>
- [12] Mancini, S., Gansterer, M., & Hartl, R. F. (2021). The collaborative consistent vehicle routing problem with workload balance. *European journal of operational research*, 293(3), 955–965. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.12.064>
- [13] Wilbur, M., Kadir, S. U., Kim, Y., Pettet, G., Mukhopadhyay, A., Pugliese, P., Dubey, A. (2022). *An online approach to solve the dynamic vehicle routing problem with stochastic trip requests for paratransit services*. 2022 ACM/IEEE 13th international conference on cyber-physical systems (ICCPS) (pp. 147–158). IEEE . <https://doi.org/10.1109/ICCPS54341.2022.00020>
- [14] Wang, Y., Zhe, J., Wang, X., Sun, Y., & Wang, H. (2022). Collaborative multidepot vehicle routing problem with dynamic customer demands and time windows. *Sustainability*, 14(11), 6709. <https://doi.org/10.3390/su14116709>
- [15] Hasanpour Jesri, Z. S., Eshghi, K., Rafiee, M., & Van Woensel, T. (2022). The multi-depot traveling purchaser problem with shared resources. *Sustainability*, 14(16), 10190. <https://doi.org/10.3390/su141610190>
- [16] Nozari, H., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Gharemani-Nahr, J. (2022). A neutrosophic fuzzy programming method to solve a multi-depot vehicle routing model under uncertainty during the covid-19 pandemic. *International journal of engineering*, 35(2), 360–371. <https://doi.org/10.5829/ije.2022.35.02b.12>
- [17] Jiao, L., Peng, Z., Xi, L., Guo, M., Ding, S., & Wei, Y. (2023). A multi-stage heuristic algorithm based on task grouping for vehicle routing problem with energy constraint in disasters. *Expert systems with applications*, 212, 118740. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118740>
- [18] Piraban-Ramirez, A., Guerrero-Rueda, W. J., & Labadie, N. (2022). The multi-trip vehicle routing problem with increasing profits for the blood transportation: An iterated local search metaheuristic. *Computers & industrial engineering*, 170, 108294. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108294>