



Paper Type: Original Article



Stochastic Two-Stage Hub Location Problems under Scenarios with an Artificial Intelligence Algorithms Approach

Elman Damerchi¹, Farid Momayezi^{1,*} , Kamyar Sabri-Laghaie¹ 

¹ Department of Industrial Engineering, Faculty of Mining Industries and Technologies, Urmia University of Technology, Urmia, Iran; elmandamirchi@gmail.com; farid.momayezi@uut.ac.ir; sabri@uut.ac.ir.

Citation:



Damerchi, E., Momayezi, F., & Sabri-Laghaie, K. (2025). Stochastic two-stage hub location problems under scenarios with an artificial intelligence algorithms approach. *Management: Modeling, analysis and applications*, 2(3), 160-170.

Received: 10/01/2024

Reviewed: 27/03/2025

Revised: 17/04/2025

Accepted: 12/05/2025

Abstract

Purpose: This paper aimed to propose a novel framework for hub location problems under uncertainty by combining artificial intelligence and stochastic optimization.

Methodology: We integrated K-medoids and DBSCAN clustering algorithms to generate potential hub location scenarios. These scenarios were then incorporated into a two-stage stochastic programming model solved using CPLEX in GAMS.

Findings: Results showed that higher fixed costs reduce the number of established hubs, while increased discount factors between hubs lead to fewer active hubs or higher total costs.

Originality/Value: The study's main contribution is the novel combination of AI clustering for scenario generation with two-stage stochastic programming, providing a robust approach to hub location under uncertainty.

Keywords: Hub location, Stochastic two-stage problems, Clustering algorithms, Artificial intelligence.



Corresponding Author: farid.momayezi@uut.ac.ir

<https://doi.org/10.22105/mmaa.v2i3.97>

Licensee. **Management: Modeling, Analysis and Application**. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



مسایل مکان یابی هاب دومرحله ای تصادفی تحت سناریو با رویکرد الگوریتم های هوش مصنوعی

المان دمرچی^۱، فرید ممیزی^{۱*}، کامیار صبری لقانی^۱

^۱گروه مهندسی صنایع، دانشکده صنایع و فناوری های معدنی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران.

چکیده

هدف: این مقاله با هدف ارایه یک چارچوب نوآورانه برای مسایل مکان یابی هاب تحت شرایط عدم قطعیت، با تلفیق هوش مصنوعی و بهینه سازی تصادفی انجام شد.

روش شناسی پژوهش: الگوریتم های خوشه بندی *DBSCAN* و *K-medoids* برای تولید سناریوهای مکان یابی بالقوه هاب ادغام شدند. این سناریوها سپس در یک مدل برنامه ریزی تصادفی دومرحله ای که با استفاده از *CPLEX* در *GAMS* حل شد، گنجانده شدند.

یافته ها: نتایج نشان داد که هزینه های ثابت بالاتر، تعداد هاب های استقرار یافته را کاهش می دهد، در حالی که ضرایب تخفیف افزایش یافته بین هاب ها منجر به کاهش هاب های فعال یا افزایش هزینه کل می شود.

اصالت/ارزش افزوده علمی: مشارکت اصلی این مطالعه، ترکیب نوآورانه خوشه بندی هوش مصنوعی برای تولید سناریو با برنامه ریزی تصادفی دومرحله ای است که رویکردی مقاوم برای مکان یابی هاب تحت شرایط عدم قطعیت ارایه می دهد.

کلیدواژه ها: مکان یابی هاب، مسایل دومرحله ای تصادفی، الگوریتم های خوشه بندی، هوش مصنوعی.

۱- مقدمه

مسایل مکان یابی هاب از جمله موضوعات غنی و چالش برانگیز در مدل های مرتبط با حمل و نقل و سیستم های مخابراتی دنیای واقعی هستند. هاب ها به عنوان تسهیلاتی عمل می کنند که وظایفی مانند سوئیچینگ، مرتب سازی، اتصال و تجمع یا کاهش حجم ترافیک (از جمله مسافران، بار یا اطلاعات) را میان مبدا و مقاصد مختلف انجام می دهند. مسایل مکان یابی هاب نه تنها به تعیین محل استقرار این تاسیسات می پردازند، بلکه شامل تصمیم گیری های مربوط به طراحی شبکه نیز می شوند. به طور کلی، این مسایل شامل سه بخش اصلی هستند: تعیین مکان هاب ها، طراحی شبکه مربوط به آن ها و مسیریابی جریان ها در شبکه، به گونه ای که هدفی مبتنی بر بهینه سازی هزینه یا ارایه خدمات بهتر محقق شود [1]. به جای انتقال مستقیم از مبدا به مقصد، هاب ها با تمرکز جریان ها از صرفه جویی در مقیاس بهره می برند. در این فرآیند، جریان هایی که از مبداهای یکسان به سمت مقاصد مختلف حرکت می کنند، در مسیر خود به هاب ها تجمع شده و با جریان هایی که مبداهای متفاوت اما مقصد مشابه دارند، ترکیب می شوند. این رویکرد تعداد پیوندهای حمل و نقل بین گره های مبدا و مقصد را کاهش داده و امکان برآورده سازی تقاضا را با استفاده از منابع کمتر فراهم می سازد [2].

مزایای اصلی شبکه های هاب شامل:

۱. هزینه های جابه جایی (حمل و نقل یا انتقال) کمتر به ویژه بین هاب ها

۲. کاهش هزینه‌های ایجاد یک شبکه پراکنده برای اتصال بسیاری از جفت گره‌های پراکنده مبدا-مقصد

۳. خدمات بهتر نسبت به اجازه‌دادن به اتصالات مکرر و پر تکرار، به دلیل جریان‌های تلفیقی

نمونه‌های واقعی شبکه‌های هاب شامل خطوط هوایی مسافربری و باری، خدمات پستی، سیستم‌های حمل‌ونقل سریع و تحویل محموله، حمل‌ونقل خطی، حمل‌ونقل عمومی و همچنین شبکه‌های کامپیوتری و مخابراتی می‌شوند. مدل‌های شبکه هاب شامل گره‌های مبدا و مقصد، گره‌های هاب (برای تعیین مکان آن‌ها)، یک شبکه دسترسی برای اتصال گره‌های غیرهاب به هاب‌ها و یک شبکه بین هاب‌ها که وظیفه اتصال آن‌ها به یکدیگر را بر عهده دارد، می‌باشد [1]. به نظر می‌رسد صنعت مخابرات از اولین کاربران مفهوم شبکه هاب بوده است، اما امروزه این مفهوم در سیستم‌های لجستیکی، صنعت هواپیمایی و شرکت‌های پستی به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. هزینه‌های مربوط به شبکه‌های هاب به ساختار آن‌ها وابسته است. گرچه ممکن است کل فاصله پیوندهایی که شبکه را به هم متصل می‌کنند در چنین سیستمی کمتر باشد، اما مسافت کل سفر می‌تواند بیشتر باشد؛ زیرا تضمینی وجود ندارد که تعداد افراد، کالاها یا اطلاعاتی که میان هاب‌ها جابه‌جا می‌شوند، بیشتر از آن‌هایی باشد که بین گره‌های غیرهاب و هاب‌ها در حرکت هستند. از این رو، تعیین مکان تاسیسات هاب و همچنین طراحی مناسب برای تخصیص مشتریان به این هاب‌ها به‌عنوان یک مساله بسیار پیچیده مطرح می‌شود [3].

در اصل، اولین مقاله را حکیمی [3] در زمینه بهینه بودن گره منتشر کرد که انگیزه آن مفاهیم مشابه مسایل مکان‌یابی هاب بود. بعدها، توح و هیقینس [4] کاربرد شبکه‌های مکان‌یابی هاب را برای خطوط هوایی و صنعت هوانوردی به‌عنوان اولین تحقیق مرتبط مورد بحث قرار دادند. کمپیل [5] چندین فرمول ریاضی را برای مسایل مکان‌یابی هاب پیشنهاد کرد تا توابع هدف مشابه را به‌عنوان چندین مساله مکان‌یابی تسهیلات کلاسیک در نظر بگیرد. تحقیق در مورد مکان‌یابی هاب با کار پیشگام اوکلی [6] آغاز شد و اولین فرمول ریاضی شناخته‌شده با هدف به حداقل رساندن کل هزینه حمل‌ونقل (زمان، مسافت و ...) برای مساله مکان‌یابی هاب با مطالعه شبکه‌های مسافربری خطوط هوایی ارائه شد. با توجه به این‌که استراتژی نزدیک‌ترین تخصیص یعنی تخصیص هر گره تقاضا به نزدیک‌ترین هاب خود، لزوماً راه‌حل‌های بهینه برای مشکل مکان هاب ارائه نمی‌دهد؛ بنابراین مدل و تابع هدف متفاوتی را برای یافتن تخصیص بهینه نقاط تقاضا به مجموعه معینی از هاب‌ها تعریف شد. بعداً، چندین فرمول ریاضی را برای مسایل مکان‌یابی هاب پیشنهاد شد تا توابع هدف مشابه را به‌عنوان چندین مساله مکان‌یابی تسهیلات کلاسیک در نظر بگیرند [7].

همچنین اوکلی [8] مجموعه‌ای از داده‌ها را بر اساس تعاملات مسافران خطوط هوایی بین ۲۵ شهر ایالات متحده را معرفی کرد که توسط هیئت هوانوردی غیرنظامی^۱ ارزیابی شد. بعداً، این مجموعه داده تقریباً توسط تمام محققان مکان‌یابی هاب استفاده شده است و به‌عنوان مجموعه داده CAB نامیده می‌شود. دو نوع اصلی از شبکه‌های هاب وجود دارد: ۱- تخصیص تک و ۲- تخصیص چندگانه. نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها متفاوت هستند. در تخصیص واحد، تمام ترافیک ورودی و خروجی هر مرکز تقاضا از طریق یک هاب واحد هدایت می‌شود. در تخصیص چندگانه، هر مرکز تقاضا می‌تواند جریان را از طریق بیش از یک هاب دریافت و ارسال کند [9]. بعداً، نشان داده شد که مساله مکان‌یابی هاب تک تخصیصه یک حالت خاص از مساله مکان‌یابی هاب چند تخصیصه است که در آن محدودیت فرض تک تخصیصه اضافه شده است. مسایل مکان‌یابی هاب تخصیص چندگانه با مدل برنامه‌ریزی خطی باینری کمپیل به وجود آمدند و ایده‌هایی را برای توزیع چندگانه ایجاد کردند. مدل‌های مکان‌یابی هاب تخصیص چندگانه به هر مبدا-مقصد غیرهاب امکان ارسال و دریافت از چندین هاب را می‌دهد و از منظر جفت گره، این ویژگی "نزدیک‌ترین تخصیص" را تولید می‌کند [10].

عدم قطعیت در مسایل تصمیم‌گیری به دو نوع مختلف طبقه‌بندی می‌شود: ۱- منبع عدم قطعیت را نمی‌توان با قوانین احتمال توضیح داد و ۲- رفتار عدم قطعیت را می‌توان با توزیع‌های احتمال درک کرد. در حالت اول، توزیع‌های احتمال شناخته‌شده برای توضیح عدم قطعیت در داده‌ها کافی نیست. در حالت دوم، مقادیر پارامترها مانند حالت اول ناشناخته هستند، اما مقادیر با یکی از توزیع‌های احتمال قابل پیش‌بینی هستند. این نوع عدم قطعیت با روش‌های تصادفی کنترل می‌شود [11].

در این مطالعه، مساله مکان‌یابی هاب تک تخصیصه قابل اطمینان مورد بررسی قرار گرفته است که در آن مکان‌های هاب‌ها صرفاً از طریق مدل ریاضی محاسبه نمی‌شوند بلکه مکان بالقوه هاب‌ها ابتدا با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی متفاوت بر اساس یک یا چند ویژگی در یک

¹ Civil Aeronautics Board (CAB)

الگوریتم خاص شناسایی می‌شوند. با توجه به این که مکان‌های بالقوه هاب در سناریوهای متفاوت ممکن است بعضاً متفاوت باشند؛ بنابراین، نمی‌توان صرفاً با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی برای تعیین مکان قطعی هاب‌ها اکتفا نمود. با توجه به این موضوع در این تحقیق ابتدا از الگوریتم‌های خوشه‌بندی هوش مصنوعی شامل *K-medoids* و خوشه‌بندی مکانی مبتنی بر چگالی برنامه‌ها با نویر^۱ برای محاسبه مکان بالقوه هاب‌ها استفاده شده است که با توجه به متفاوت بودن مکان هاب‌ها به دلیل تفاوت در ماهیت الگوریتم‌ها برای خوشه‌بندی، هر نتیجه حاصله به‌عنوان سناریو مکان‌های بالقوه هاب در نظر گرفته شده است که در نهایت با استفاده از مدل برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای برای مشخص نمودن مکان قطعی هاب‌ها استفاده شده است.

ساختار مقاله حاضر به‌صورت زیر تنظیم شده است. در بخش دوم، مروری بر پژوهش‌های پیشین در زمینه مساله مکان‌یابی هاب با تمرکز بر استفاده از هوش مصنوعی، الگوریتم‌های خوشه‌بندی و همچنین بررسی قابلیت اطمینان انجام می‌گیرد. در بخش سوم، به مدل‌سازی مساله پرداخته می‌شود. بخش چهارم به نحوه استخراج سناریوها اختصاص دارد. نتایج عددی حاصل از حل مساله با استفاده از مجموعه داده‌های استاندارد موجود در پیشینه پژوهش‌های مکان‌یابی هاب، در بخش پنجم ارائه می‌شود. در نهایت، مقاله با جمع‌بندی نتایج و ارائه پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی خاتمه می‌یابد.

۲- مرور ادبیات

امروزه با گسترش روزافزون روابط بین‌المللی و افزایش جمعیتی که در این تعاملات درگیر هستند، حمل و نقل و مخابرات نیازمند استفاده از روش‌های علمی به‌روز برای مدیریت هزینه‌ها و تضمین امنیت خود هستند. وقوع مشکلات یا شکست در این شبکه‌ها می‌تواند پیامدهای بسیار شدیدی به دنبال داشته باشد. از این رو، در تصمیم‌گیری برای طراحی و ایجاد شبکه‌های حمل و نقل و مخابرات، چه در سطح ملی و چه بین‌المللی (که در نهایت به شبکه‌های جهانی متصل می‌شوند)، باید جنبه‌های اولویت‌دار و کلیدی با دقت مورد توجه قرار گیرند. تاکنون مطالعات متعددی بر مسایل مکان‌یابی هاب انجام شده است و بخش قابل توجهی از این پژوهش‌ها به ارائه مدل‌های گوناگون برای بررسی حالت‌های مختلف این مساله اختصاص داشته است. در سال ۱۹۹۶، ارنست و کریشنا مورتی [12] یک شبکه هاب را با استفاده از مجموعه داده‌های مربوط به پست استرالیا طراحی کردند. آن‌ها در این پژوهش، یک فرمول ریاضی جدید برای مساله هاب میانه ارائه دادند که در مدل پیشنهادی خود از تعداد کمتری متغیر و محدودیت نسبت به مدل‌های قبلی استفاده شده بود. برخی دیگر از مطالعات مرتبط با شبکه هاب به بررسی محدودیت‌های موجود در دنیای واقعی پرداخته‌اند و تلاش کرده‌اند این محدودیت‌ها را در مدل‌های خود اعمال کنند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل با محدودیت ظرفیت و حداقل آستانه جریان در ارتباط بین هاب‌ها، مدل با محدودیت توقف در یک هاب و مدل با محدودیت ظرفیت گره‌های هاب در مسایل مکان‌یابی هاب چند تخصیص اشاره کرد.

کرانی و عیدی [13] یک مدل برنامه‌نویسی دوسطحی ارائه دادند که در سطح اول به حداقل رساندن هزینه‌های ایجاد یک شبکه هاب و همچنین کاهش تلفات سرویس به دلیل اختلال و در سطح تصمیم‌گیری دوم شکست در فرآیندهای خدمات؛ بنابراین، مساله مکان‌یابی هاب دوسطحی قابل اعتماد مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و یک مدل برنامه‌نویسی عدد صحیح توسعه یافت. همچنین اسماعیل زاده و همکاران [14] یک برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح مختلط چندهدفه را برای مدل‌سازی یک زنجیره سرد با عملیات تکمیلی در یک شبکه هاب سلسله‌مراتبی پیشنهاد کردند. هاب‌های مرکزی در سطح اول شبکه و با هاب‌های سطح پایین به یکدیگر مرتبط هستند. در مطالعه موردی آن‌ها سطوح مختلف هاب عملیات‌های مختلف طراوت یا انجماد را برای تازه نگه داشتن کالاهای فاسدشدنی در طول شبکه ارائه می‌دهند.

هوانگ و همکاران [15] به بررسی موضوع مکان‌یابی پورت هاب و تخصیص پورت‌های غیرهاب به هاب، در عین حال پورت‌های هاب پشتیبان پرداختند. زنجیره‌تأمین جهانی دریایی با خطرات فزاینده عدم اطمینان در دوران پس از COVID-19 مواجه بود. یک مشکل طراحی شبکه هاب حمل و نقل کانتینری توسعه‌یافته را بررسی کردند، با توجه به خرابی و ازدحام هاب‌ها، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی (۱,۰) برای به حداقل رساندن هزینه حمل و نقل توسعه داده شد. علاوه بر این، آن‌ها شبکه حمل و نقل کانتینری را با استفاده از داده‌های تجاری آسیا و اروپا شبیه‌سازی کرده و رویکرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات را برای حل مدل پیشنهاد کردند. ثر و فیضی اوغلو [16] سه مدل بهینه‌سازی تصادفی جدید را برای فرمول‌بندی یک مساله

¹ Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise (DBSCAN)

پوشش دهنده هاب تخصیص چندگانه معرفی کردند که در آن مفروضات هزینه و تقاضای حمل و نقل قطعی تسهیل می‌شوند. آن‌ها در درجه اول به عدم قطعیت گسسته ارایه شده توسط تعداد محدودی از سناریوها پرداختند. ابتدا هزینه حمل و نقل و عدم قطعیت‌های تقاضا را به‌طور جداگانه با دو مدل بهینه‌سازی تصادفی دومرحله‌ای مختلف بررسی کرده، پس از آن، مطالعه‌ای را انجام دادند که شامل هر دو نوع عدم قطعیت در یک مدل بهینه‌سازی تصادفی دومرحله‌ای است.

پژوهش مالیکی و همکاران [17] به یک تصمیم چند دوره‌ای برای مکان تاسیسات در طول وضعیت بحران همه‌گیری با تقاضای بسیار نامشخص می‌پردازد. این مطالعه مراکز توزیع خراب را در چندین دوره زمانی شناسایی می‌کند و در مورد جابه‌جایی تصمیم می‌گیرد. سناریوهای مختلفی پیش می‌آید، مراکز را می‌توان با استفاده از امکانات سیار باز کرد، از یک مکان به مکان دیگر جابه‌جا کرد، بسته یا حتی در یک‌زمان معین بازگشایی کرد. آن‌ها یک مدل ریاضی اعداد صحیح مختلط غیرخطی چندهدفه را توصیه کردند که برای هر دوره، بهترین مکان ممکن برای هاب‌ها و تخصیص آن‌ها به مشتریان را مشخص می‌کند. ارم و همکاران [18] یک مدل ریاضی را برای استفاده از حمل و نقل بین وجهی با استفاده از کانتینرهای استاندارد ۴۰ فوتی در حین ارایه تدارکات امدادی از طریق جاده، راه‌آهن و حالت‌های دریایی پیشنهاد کردند. مدل پیشنهادی یک مدل جریان شبکه بین وجهی چند کالایی چند دوره‌ای ظرفیت‌دار است که در آن منابع امدادی در سه طبقه شامل گره‌های عرضه، هاب بین وجهی و تقاضا است: ۱- انبارهای کانتینری ترکیه (یعنی عرضه)، ۲- مراکز لجستیکی راه‌آهن دولتی ترکیه و بنادر کانتینری (یعنی هاب بین وجهی) و ۳- مکان فاجعه (یعنی تقاضا). سعی شده است که تاثیر تعداد هاب‌های باز شده، تخصیص منابع دفاعی و خطر اختلال در پیکربندی شبکه هاب مدل شود. هدف این مدل به حداقل رساندن کل هزینه حمل و نقل از طریق هاب‌های اولیه و پشتیبان به هاب‌های نصب شده، تخصیص منابع دفاعی و خطر اختلال است. هدف از این مشکل مکان‌یابی هاب میانه، تخصیص بودجه دفاعی، جریان‌های مسیر و در نظر گرفتن احتمالات خرابی هاب به‌گونه‌ای بود که هزینه‌های حمل و نقل بین گره‌های مبدا-مقصد از طریق هاب‌های اولیه و پشتیبان به حداقل برسد [19].

در ادامه به بررسی ادبیات مربوطه در مورد استفاده از هوش مصنوعی برای حل مسایل مکان‌یابی هاب می‌پردازیم.

لو و همکاران [20] به حل مسایل بهینه‌سازی ترکیبی، به‌ویژه، مشکلات مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت^۱ پرداختند. رویکردهای مبتنی بر یادگیری ماشین تا حدی به دلیل کارایی آن‌ها (پس از آموزش، می‌توانند در عرض چند دقیقه یا حتی چند ثانیه حل را انجام دهند) امیدوارکننده بوده‌اند. آن‌ها در این مقاله، "یادگیری برای بهبود"^۲ را ارایه کردند، اولین رویکرد مبتنی بر یادگیری برای مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت که از نظر سرعت در حل کارآمد است و در عین حال از روش‌های تحقیق در عملیات کلاسیک بهتر عمل می‌کند. کارهایی که از یادگیری تقویتی^۳ برای حل مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت استفاده شده، پتانسیل الگوریتم‌های یادگیری ماشین را نشان می‌دهد. آن‌ها می‌توانند مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت را سریع‌تر حل کنند.

گایر و سینل [21] یک مطالعه مقدماتی در مورد استفاده از شبکه‌های کانولوشن گراف^۴ برای حل مساله مکان‌یابی مرکز که یکی دیگر از مسایل بهینه‌سازی ترکیباتی کلاسیک است، ارایه کردند. آن‌ها بررسی کردند که آیا یک مدل موفق مبتنی بر آموزش سرتاسر برای *TSP* می‌تواند با یک مساله مکان‌یابی مرکز تطبیق داده شود که در ورودی گراف اقلیدسی دوبعدی مشابه به‌عنوان نسخه معمولاً مورد استفاده *TSP* تعریف می‌شود.

مطالعه مختارزاده و همکاران [22]، یک مساله مکان تخصیص هاب p موبایل جدید توسعه دادند. یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی اعداد صحیح مختلط چندهدفه توسعه داده شد. برای حل مدل پیشنهادی، چهار الگوریتم فراابتکاری، یعنی بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه، یک الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی غیرمسلط، ترکیبی از k -medoids به‌عنوان یک الگوریتم خوشه‌بندی معروف و $NSGA-II$ (ترکیبی از K -medoids و بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه^۵) اجرا می‌شوند. مقایسه عملکرد الگوریتم‌ها نشان داد که هیبریداسیون الگوریتم خوشه‌بندی با یک الگوریتم فراابتکاری، راه‌حل مناسب‌تری نسبت به الگوریتم‌های فراابتکاری خالص ایجاد می‌کند. همچنین $KNSGA-II$ نسبت به سایر الگوریتم‌ها برتری دارد.

¹ Capacitated Vehicle Routing Problems (CVRP)

² Learn to Improve (L2I)

³ Reinforcement Learning (RL)

⁴ Graph Convolutional Networks (GCN)

⁵ K-medoids and Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (KNSGA-II) NSGA-II

⁶ K-medoids and Multi-Objective Particle Swarm Optimization (KMOPSO)

رسانی و همکاران [23] دو روش راه حل جدید، یک مدل مبتنی بر برنامه ریزی محدودیت^۱ و ترکیبی از k -means و الگوریتم ژنتیک^۲، به ترتیب برای تولید راه حل های دقیق و تقریبی توسعه دادند. نتایج تجربی نشان می دهد که الگوریتم KGA از نظر زمان، ارزش هدف و کیفیت معیارهای راه حل برتر از ژنتیک است.

۳- مدل سازی ریاضی

فرض کنید $G = (N, E)$ نشان دهنده گراف شبکه مورد نظر باشد، در این صورت گراف N نشان دهنده گره های شبکه و $E \subset (N \times N)$ نشان دهنده یال های شبکه است در شبکه هاب تعداد J گره از N گره شبکه به عنوان هاب انتخاب می شوند و $N - J$ گره باقی مانده به عنوان گره های غیر هاب شبکه شناخته می شوند که به گره های هاب شبکه تخصیص می یابند. متغیرها و پارامترهای استفاده در جدول ۱ شرح داده شده است.

جدول ۱- نمادگذاری ها و پارامترهای مورد استفاده در مدل سازی ریاضی شبکه هاب.

Table 1- Notations and parameters used in the mathematical modeling of the hub network.

نماد	شرح
i, j	گره های شبکه
k	گره هاب اول در مسیر i به j در شبکه
m	گره هاب دوم در مسیر i به j در شبکه
f_k	هزینه تاسیس هاب در گره k
$I_k(\xi)$	پارامترهای صفر و یک هستند که نشان دهنده وضعیت هاب های مساله تحت پیشامد تصادفی هستند، اگر مساوی با صفر باشد؛ یعنی هاب k سالم و فعال است و در غیر این صورت اختلال در هاب صورت گرفته
w_{ij}	مقدار جریان ارسالی از گره مبدا i به گره مقصد j
c_{ij}	مقدار هزینه جریان ارسالی از گره مبدا i به گره مقصد j
α	ضریب تخفیف هزینه جریان بین دو هاب k و m که مقدار آن بین صفر و یک است
c_{ijkm}	هزینه ارسال جریان از گره مبدا i به گره مقصد j که از طریق هاب های k و m صورت می پذیرد که این هزینه به صورت زیر محاسبه می شود:
$X_{ijkm}(\xi)$	جریان i به j از طریق هاب های k و m منتقل شود ۱، در غیر این صورت ۰
Z_k	در صورتی که هاب در مکان k باز باشد ۱، در غیر این صورت ۰
$Y_{ik}(\xi)$	در صورتی که گره i به هاب باز شده در مکان k تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت ۰
$Y_{jm}(\xi)$	در صورتی که گره j به هاب باز شده در مکان m تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت ۰

قابل ذکر است که هزینه ارسال با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می شود.

$$c_{ijkm} = c_{ik} + \alpha c_{mk} + c_{kj}. \quad (1)$$

بر اساس متغیرها و پارامترهای بالا، مدل ریاضی برنامه ریزی تصادفی دومرحله ای مساله به صورت زیر می باشد.

$$\min \sum_k f_k Z_k + E[Q(Z, \xi)]. \quad (2)$$

s. t.

$$Z_k \in \{0,1\}, \text{ for all } k, \quad (3)$$

که در آن:

¹ Constraint Programming (CP)

² Knowledge-based Genetic Algorithm (KGA)

$$Q(Z, \xi) = \min \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m w_{ij} c_{ijk m} X_{ijk m}(\xi). \quad (4)$$

s. t.

$$\sum_k Y_{ik}(\xi) = 1, \text{ for all } i. \quad (5)$$

$$Y_{ik}(\xi) \leq Z_k, \text{ for all } i, k. \quad (6)$$

$$Y_{ik}(\xi) \leq I_k(\xi), \text{ for all } i, k. \quad (7)$$

$$\sum_m X_{ijk m}(\xi) = Y_{ik}(\xi), \text{ for all } i, j, k. \quad (8)$$

$$\sum_k X_{ijk m}(\xi) = Y_{jm}(\xi), \text{ for all } i, j, m. \quad (9)$$

$$Y_{ik}(\xi) \geq 0, \text{ for all } i, k. \quad (10)$$

$$X_{ijk m}(\xi) \geq 0, \text{ for all } i, j, k, m. \quad (11)$$

در مدل ریاضی E_ξ امید ریاضی کمیت‌های تصادفی با توجه به پیشامد ξ است و E دامنه یا مجموعه پشتیبان ξ را نشان می‌دهد. تابع هدف (۲) مجموع هزینه ایجاد هاب‌ها در مرحله اول و امید ریاضی هزینه حمل‌ونقل در مرحله دوم را کمینه می‌کند. تابع هدف (۴) مقدار میانگین هزینه‌های مرحله دوم را محاسبه می‌کند. رابطه (۵) بیان می‌کند که هر گره غیرهاب i دقیقاً باید به یک گره هاب تخصیص یابد. نامعادله (۶) اطمینان می‌دهد که هر گره غیرهاب i به گره که در آن هاب ایجاد نشده باشد، تخصیص نیابد. نامعادله (۷) اطمینان می‌دهد هر گره غیرهاب i به هاب اختلال یافته در شبکه تخصیص نیابد. نامعادله (۸) و نامعادله (۹) اطمینان می‌دهند که در صورتی که جریانی از مبدا i به مقصد j ارسال شود، از طریق هاب‌های k و m در شبکه ارسال شوند. نامعادله (۱۰) و نامعادله (۱۱) نشان‌دهنده دامنه متغیرهای مدل ریاضی مساله هستند.

فرض می‌شود در این مدل ریاضی عدم قطعیت در وضعیت فعال و غیرفعال بودن هاب‌ها توسط مجموعه‌ای از سناریوها ($s \in S$) تعریف و احتمال وقوع هر یک از این سناریوها P_s در نظر گرفته شود. پارامترهای سناریوی $I_k(\xi)$ نیز به صورت $I_{k,s}$ تعریف شوند. در این صورت حالت توسعه‌یافته قطعی معادل با مدل ریاضی برنامه‌ریزی دومرحله‌ای تصادفی ارایه‌شده به صورت زیر خواهد بود.

$$\min \sum_k f_k Z_k + \sum_s p_s \left(\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m w_{ij} c_{ijk m} X_{ijk m}^s \right). \quad (12)$$

s. t.

$$\sum_k Y_{ik}^s = 1, \text{ for all } i, s. \quad (13)$$

$$Y_{ik}^s \leq I_{k,s} Z_k, \text{ for all } i, k, s. \quad (14)$$

$$\sum_m X_{ijk m}^s = Y_{ik}^s, \text{ for all } i, j, k, s. \quad (15)$$

$$\sum_k X_{ijk m}^s = Y_{im}^s, \text{ for all } i, j, k, s. \quad (16)$$

$$X_{ijk m}^s \geq 0, \text{ for all } j, k, m, s. \quad (17)$$

$$Y_{ik}^s, Z_k \in \{0,1\}, \text{ for all } i, k, s. \quad (18)$$

در این مدل معادله (۱۳) همانند معادله (۵) عمل می‌کند. نامعادله (۱۴) ترکیب دو نامعادله (۶) و نامعادله (۷) است که تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌های سالم شبکه را تضمین می‌کند. در این محدودیت متغیر Z_k نشان‌دهنده هاب‌های شبکه است و مقدار این متغیر از طریق مدل محاسبه می‌شود. ولی $I_{k,s}$ که به صورت پارامترهای صفر و یک است، نشان‌دهنده وضعیت سالم یا خراب بودن هاب‌های انتخاب‌شده در مدل است و از طریق جدول ۲ در بخش ۴ قابل مشاهده است. نامعادله (۱۵) و نامعادله (۱۶) به ترتیب همانند نامعادله (۸) و نامعادله (۹) هستند و متغیرهای مساله از نوع صفر و یک هستند و با توجه به این که مدل از نوع کمینه‌سازی است، ذاتاً مدل به دنبال انتخاب متغیرها با مقدار صفر است

که در محدودیت های مدل معادله (۱۳) باعث می شود که هر گره غیرهاب شبکه به یک گره هاب در شبکه تخصیص یابد که برخی از متغیرهای Y_{ik}^s مقدار یک را اختیار می کنند. بسیاری از متغیرها مقدار یک را اختیار خواهند کرد و مقدار تابع هدف برابر صفر نخواهد شد.

۴- روش حل برای ایجاد سناریوها تحت الگوریتم های خوشه بندی

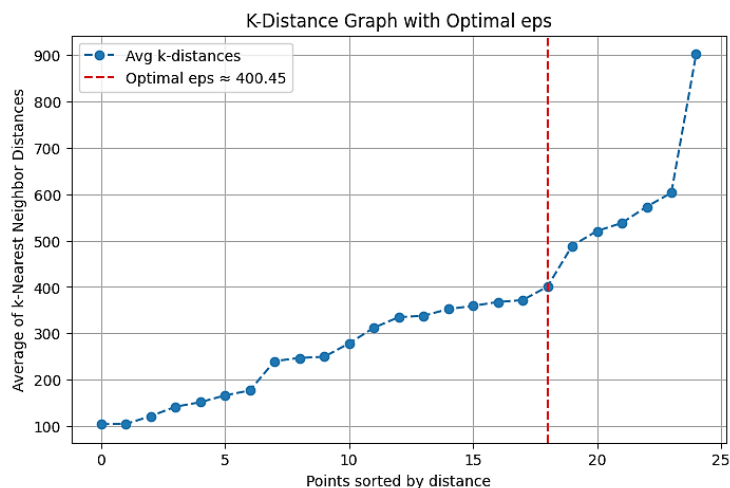
از آن جاکه تصمیم گیری در مدل ریاضی ما بر اساس سناریوها انجام می شود، به نوعی سناریوهای ما تشکیل دهنده دامنه فضای جواب ما برای مدل ریاضی هستند. در این بخش تلاش می کنیم تا سناریوهای مساله را با استفاده از الگوریتم های خوشه بندی استخراج کرده و به مدل ریاضی ارایه دهیم. در این تحقیق، از $DBSCAN$ و $K-medoids$ برای تعیین سناریوها استفاده شده است.

۴-۱- $K-medoids$

روش کار الگوریتم به این صورت می باشد که تعداد k مقدار اولیه به عنوان $medoids$ در نظر گرفته می شود. با استفاده از شاخص فاصله هر نقطه داده به نزدیک ترین $medoid$ اختصاص داده شده، سپس برای هر خوشه، با انتخاب نقطه ای در خوشه که فاصله کل تا سایر نقاط خوشه را به حداقل می رساند، یک مرکز جدید انتخاب می شود. همچنین هزینه کل (مجموع فواصل هر نقطه تا مرکز آن) محاسبه می شود که آیا نسبت به مرکز قبلی کاهش یافته است یا خیر؟ این کار تا زمانی انجام می شود که دیگر مراکز خوشه ها تغییر نکنند. همچنین ما سعی کردیم که الگوریتم ما علاوه بر در نظر گرفتن فاصله نقاط، جریان بین نقاط را نیز در نظر بگیرد. ما نقاط مرزی در هر خوشه را جدا می کنیم. برای این امر خوشه ها را دوباره باهم مقایسه می کنیم. فرض کنید اگر اختلاف، فاصله گره داخل خوشه ۱ با مرکز خوشه ۱ و همان گره با مرکز خوشه ۲ کمتر از مقدار فاصله مشخص شده (پارامتر m مشخص کننده مرز خوشه بندی ها می باشد که ما در این مطالعه ۳۰۰ در نظر گرفتیم) باشد شروع به بررسی جریان بین گره با مرکز خوشه ۱ و ۲ می پردازیم. هرکدام جریان بیشتری داشته باشد گره به خوشه اختصاص می یابد و خوشه ها در هر مرحله به روزرسانی می شوند تا زمانی که تمام مقایسه ها پایان یابند. این عملیات عضویت خوشه را به صورت پویا تنظیم می کند. این فرآیند تکراری تضمین می کند که شهرها به طور بهینه به خوشه ها بر اساس مجاورت و تقاضا تخصیص می یابند. در این روش تعداد خوشه ها ۵ در نظر گرفته شده است.

۴-۲- $DBSCAN$

الگوریتم $DBSCAN$ (تراکم محور برای خوشه بندی کاربردها با نویز) در این جا برای شناسایی خوشه های شهرها بر اساس یک ماتریس فاصله از پیش محاسبه شده استفاده شده است. حداکثر فاصله بین دو نقطه که به عنوان بخشی از یک همسایگی در نظر گرفته شوند در شکل ۱ که نشان دهنده مقدار بهینه ϵ برای خوشه بندی $DBSCAN$ می باشد، نشان داده شده است. محور x نقاط مرتب شده را بر اساس نزدیک ترین مسافت همسایه خود نشان می دهد، در حالی که محور y میانگین فاصله های مربوطه را نشان می دهد. این نمودار در ابتدا افزایش تدریجی در مسافت ها را نشان می دهد و به دنبال آن افزایش شدید در اطراف یک نقطه (خاص - نقطه شکست) آستانه ای را نشان می دهد که خوشه ها شروع به تجزیه می کنند. در این حالت، شکست در فاصله ۴۰/۴۵ ظاهر می شود، نشان می دهد که مقدار ϵ در این محدوده برای $DBSCAN$ ایده آل است. انتخاب ϵ کوچک تر از این منجر به بسیاری از خوشه های کوچک یا نویز می شود، در حالی که ϵ بزرگ تر، خوشه های متمایز را در یک گروه واحد ادغام می کند؛ بنابراین، تعیین ϵ صحیح، تعادل بین تقسیم بندی بیش از حد و زیر خوشه بندی را تضمین می کند و امکان گروه بندی های معنادار شهر در مجموعه داده ها را فراهم می کند.



شکل ۱- نمودار مقدار بهینه ϵ .

Figure 1- Diagram of the optimal value of ϵ .

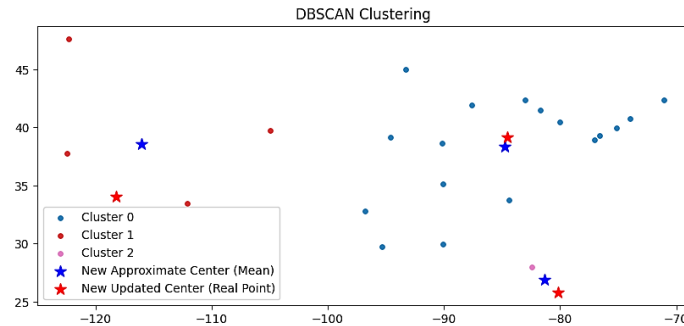
حداقل تعداد نقاط موردنیاز برای تشکیل یک خوشه برابر با ۳ تعیین شده است. این الگوریتم نقاط متصل به‌صورت متراکم را به‌طور موثر شناسایی می‌کند و نقاط پراکنده را به‌عنوان نویز در نظر می‌گیرد. پس از خوشه‌بندی، مراکز خوشه با محاسبه میانگین مختصات هر خوشه و انتخاب نزدیک‌ترین نقطه واقعی به‌عنوان "مرکز واقعی" بهبود می‌یابند. نقاط نویز بر اساس مراکز به‌روزرسانی شده به نزدیک‌ترین خوشه تخصیص داده می‌شوند که اطمینان حاصل می‌کند تمام نقاط در فرآیند نهایی خوشه‌بندی در نظر گرفته شده‌اند. این روش تکراری دقت مکانی را ارتقا می‌دهد.

نتایج حاصل از این رویکردها در جدول ۲ نشان داده شده است. همچنین شکل ۲ نشان‌دهنده نتایج حاصل از الگوریتم DBSCAN می‌باشد که دارای سه خوشه با مراکز به‌روزرسانی شده و شکل ۳ مربوط به K-medoids که دارای ۵ خوشه می‌باشد.

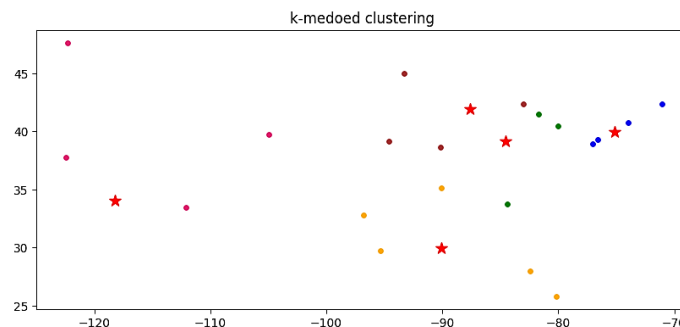
جدول ۲- سناریوهای استخراج‌شده.

Table 2- Extracted scenarios.

DBSCAN	K-medoids	گره‌ها
0	0	1
0	0	2
0	0	3
0	0	4
1	1	5
0	0	6
0	0	7
0	0	8
0	0	9
0	0	10
0	0	11
1	1	12
0	0	13
1	0	14
0	0	15
0	1	16
0	0	17
0	1	18
0	0	19
0	0	20
0	1	21
0	0	22
0	0	23
0	0	24
0	0	25



شکل ۲- خوشه بندی (DBSCAN).
Figure 2- Clustering (DBSCAN).



شکل ۳- خوشه بندی (K-medoids).
Figure 3- Clustering (K-medoids).

۵- نتایج عددی

برای ارزیابی کارایی مدل ریاضی، آزمایش های محاسباتی با استفاده از مجموعه داده های پرکاربرد موجود در پیشینه مساله مکان یابی هاب انجام شد که نتایج آن در این بخش ارائه گردیده است. مجموعه داده ای که برای انجام محاسبات استفاده شده، مجموعه داده CAB است که بر اساس اطلاعات مسافرت هوایی بین ۲۵ شهر مختلف در ایالات متحده آمریکا تهیه شده است. از آنجایی که مجموعه داده CAB شامل هزینه ثابت برای ایجاد هاب نیست، پنج مقدار برای پارامتر هزینه ثابت که عبارت اند از ۲۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۰۰ در نظر گرفته شده است. پارامتر ضریب تخفیف α برای مجموعه داده در پنج سطح ۰/۲ و ۰/۴ و ۰/۶ و ۰/۸ و ۱ مطابق با مقادیر پرکاربرد در پیشینه موضوع استفاده شد. پس از وارد کردن نتایج به دست آمده از الگوریتم های خوشه بندی به عنوان سناریو با استفاده از محیط برنامه نویسی پایتون، مدل ریاضی با استفاده روش حل *CPLEX* در نرم افزار *GAMS* 24.7 حل شد. تمام محاسبات در رایانه ای با مشخصات پردازنده مرکزی *Core7 12700H* با سرعت ۲/۳ تا ۴/۷ گیگاهرتز و حافظه جانبی ۱۶ گیگابایت تحت سیستم عامل ویندوز ۱۱ انجام شده است. نتایج به دست آمده در جدول ۳ بیان شده است.

جدول ۳- نتایج عددی.

Table 3- Numerical results.

Hubs	opt	f_k	α
5,12,14,16,18,21	919.76	20	0.2
5,12,14,18	1069.06	50	
5,12,18	1219.6	100	
5,12	1349.16	150	
5,12	1449.16	200	
5,12,14,18,21	1053.9	20	0.4
5,12,18	1179.94	100	
5,12,18	1328.94	150	
5,12	1436.37	200	
5,12	1536.37	250	
5,12,14,18,21	1178.14	20	0.6
5,12,18	1283.62	50	
5,12	1418.94	100	
5,12	1518.94	150	
5,12	1618.94	200	

جدول ۱- ادامه.

Table 1- Continued.

Hubs	opt	f_k	α
5,12,18,21	1291.69	20	0.8
5,12,18	1388.14	50	
5,12	1501.51	100	
5,12	1601.51	150	
5	1690.57	200	
5,12,18,21	1400.15	20	1
5,12	1484.08	50	
5,12	1584.08	100	
5	1640.57	150	
5	1690.57	200	

با توجه به جدول ۳ از سمت راست به ترتیب ستون اول نشان‌دهنده ضریب تخفیف و ستون دوم نشان‌دهنده هزینه ثابت ایجاد هاب می‌باشد و دو ستون بعدی به ترتیب نشان‌دهنده مقدار تابع هدف و هاب‌ها هستند. با توجه به جدول با افزایش هزینه ثابت ایجاد هاب تعداد هاب‌های باز شده کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش مقدار ضریب تخفیف نیز تعداد هاب‌های جواب بهینه کاهش می‌یابد و اگر تعداد هاب‌ها یا مکان هاب‌ها با افزایش ضریب تخفیف ثابت باقی بماند مقدار تابع هدف افزایش می‌یابد.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

در مساله مکان‌یابی هاب کلاسیک، با استفاده از مدل ریاضی، گره‌های هاب شناسایی شده و تخصیص سایر گره‌ها به این هاب‌ها صرفاً بر اساس کاهش هزینه‌های تابع هدف انجام می‌شود. در این مدل، تابع هدف شامل هزینه ایجاد هاب و هزینه ارسال جریان است که از حاصل ضرب میزان جریان در هزینه به‌دست می‌آید. این هزینه نیز تابعی از فاصله بین گره‌ها یا مقدار دقیق این فاصله است.

در این تحقیق، تلاش شده است ابتدا مکان هاب‌ها بر اساس ویژگی‌های جریان و فاصله، با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی *K-medoid* و همچنین ویژگی فاصله با بهره‌گیری از طول و عرض جغرافیایی در الگوریتم خوشه‌بندی *DBSCAN* تعیین شود. سپس، با استفاده از یک مدل ریاضی تصادفی دوسطحی پیشنهادی، بهینه‌ترین مکان‌های هاب از بین گزینه‌های بالقوه شناسایی شده توسط الگوریتم‌های خوشه‌بندی انتخاب می‌شوند. تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌های شبکه نیز به کمک مدل ریاضی صورت می‌گیرد.

بررسی نتایج نشان می‌دهد که با افزایش هزینه ثابت ایجاد هاب، تعداد هاب‌های باز شده کاهش می‌یابد. این موضوع، مطابق با تحقیقات پیشین، نشان‌دهنده عملکرد صحیح مدل پیشنهادی در سناریوهای مختلف است. برخلاف پژوهش‌های گذشته که از خروجی الگوریتم‌های خوشه‌بندی صرفاً به‌عنوان جواب اولیه برای الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده می‌کردند، در این تحقیق تلاش شده است که به دلیل منطقی و کارآمد بودن خوشه‌بندی، مکان‌های پیشنهادی این الگوریتم‌ها به‌عنوان مکان‌های بالقوه هاب در نظر گرفته شوند. درنهایت، از میان گزینه‌های موجود، بهترین مکان برای هاب‌ها با استفاده از مدل ریاضی انتخاب می‌شود.

به‌عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آتی می‌توان به بررسی تاثیر حوادث غیرمنتظره مانند خرابی هاب‌ها یا تغییر ناگهانی در جریان حمل‌ونقل با استفاده از هوش مصنوعی، به‌کارگیری الگوریتم‌های یادگیری تقویتی^۱ برای یافتن تصمیمات بهینه در مکان‌یابی هاب‌ها، بررسی کارایی سایر روش‌های خوشه‌بندی مانند *Fuzzy C-means* اشاره کرد.

منابع

- [1] Alumur, S. A., Campbell, J. F., Contreras, I., Kara, B. Y., Marianov, V., & O'Kelly, M. E. (2021). Perspectives on modeling hub location problems. *European journal of operational research*, 291(1), 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.09.039>
- [2] Farahani Zanjirani, R., Hekmatfar, M., Arabani Boloori, A., & Nikbaksh, E. (2013). Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers and industrial engineering*, 64(4), 1096-1109. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.01.012>

¹ Reinforcement learning

- [3] Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations research*, 12(3), 450–459. <https://doi.org/10.1287/opre.12.3.450>
- [4] Toh, R., & Higgins, R. (1985). The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability. *Transportation journal*, 24(4), 16–27. <https://www.jstor.org/stable/20712826>
- [5] Campbell, J. F. (1996). Hub location and the p-hub median problem. *Operations research*, 44(6), 923–935. <https://doi.org/10.1287/opre.44.6.923>
- [6] O'Kelly, M. E. (1986). Location of interacting hub facilities. *Transportation science*, 20(2), 92–106. <https://doi.org/10.1287/trsc.20.2.92>
- [7] O'Kelly, M. E., & Lao, Y. (1991). Mode choice in a hub-and-spoke network: A zero-one linear programming approach. *Geographical analysis*, 23(4), 283–297. <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.1991.tb00240.x>
- [8] O'Kelly, M. E. (1987). A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European journal of operational research*, 32(3), 393–404. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(87\)80007-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(87)80007-3)
- [9] Alumur, S., & Kara, B. Y. (2008). Network hub location problems: The state of the art. *European journal of operational research*, 190(1), 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.008>
- [10] Campbell, J. F. (1992). Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportation economies of scale. *Annals of operations research*, 40(1), 77–99. <https://doi.org/10.1007/BF02060471>
- [11] Alumur, S. A., Nickel, S., & Saldanha-da-Gama, F. (2012). Hub location under uncertainty. *Transportation research part b: methodological*, 46(4), 529–543. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2011.11.006>
- [12] Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (1996). Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Location science*, 4(3), 139–154. [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(96\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(96)00011-3)
- [13] Korani, E., & Eydi, A. (2021). Bi-level programming model and KKT penalty function solution approach for reliable hub location problem. *Expert systems with applications*, 184, 115505. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115505>
- [14] Esmizadeh, Y., Bashiri, M., Jahani, H., & Almada-Lobo, B. (2021). Cold chain management in hierarchical operational hub networks. *Transportation research part E: Logistics and transportation review*, 147, 102202. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102202>
- [15] Huang, L., Tan, Y., & Guan, X. (2022). Hub-and-spoke network design for container shipping considering disruption and congestion in the post COVID-19 era. *Ocean & coastal management*, 225, 106230. <https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2022.106230>
- [16] Sener, N., & Feyzioglu, O. (2023). Multiple allocation hub covering flow problem under uncertainty. *Annals of operations research*, 320(2), 975–997. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-04553-2>
- [17] Maliki, F., Souier, M., Dahane, M., & Ben Abdelaziz, F. (2025). A multi-objective optimization model for a multi-period mobile facility location problem with environmental and disruption considerations. *Annals of operations research*, 346(2), 1445–1470. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-04945-4>
- [18] Ertem, M. A., Akdogan, M. A., & Kahya, M. (2022). Intermodal transportation in humanitarian logistics with an application to a Turkish network using retrospective analysis. *International journal of disaster risk reduction*, 72, 102828. <https://doi.org/10.1016/j.ijdrr.2022.102828>
- [19] Sangaiah, A. K., & Khanduzi, R. (2022). Tabu search with simulated annealing for solving a location–protection–disruption in hub network. *Applied soft computing*, 114, 108056. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.108056>
- [20] Lu, H., Zhang, X., & Yang, S. (2019). A learning-based iterative method for solving vehicle routing problems [presentation]. International conference on learning representations. <https://openreview.net/forum?id=BJe1334YDH>
- [21] Gaar, E., & Sinnl, M. (2021). Experiments with graph convolutional networks for solving the vertex $\$p\$-center problem. <http://arxiv.org/abs/2106.00357>$
- [22] Mokhtarzadeh, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Triki, C., & Rahimi, Y. (2021). A hybrid of clustering and meta-heuristic algorithms to solve a p-mobile hub location–allocation problem with the depreciation cost of hub facilities. *Engineering applications of artificial intelligence*, 98, 104121. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.104121>
- [23] Rabbani, M., Mokhtarzadeh, M., & Manavizadeh, N. (2021). A constraint programming approach and a hybrid of genetic and K-means algorithms to solve the p-hub location-allocation problems. *International journal of management science and engineering management*, 16(2), 123–133. <https://doi.org/10.1080/17509653.2021.1905096>